

DHD – Desenvolvimento em Hardware



DHD – Desenvolvimento em Hardware



Sistemas de Numeração

Prof. Francisco Fchine Borges
fechine-uol@uol.com.br

**O sistema de numeração mais conhecido é o decimal.
Possui 10 dígitos (0 a 9).**

**A cada sistema de numeração corresponde uma base numérica:
2, 8, 10, 16.**

O sistema binário possui dois dígitos (0 e 1).

O octal possui ? dígitos (0 a ?).

O hexadecimal possui 16 dígitos (0 a 9, ? a ?).

E um sistema de base 5??

A seguir temos uma tabela que converte os dezesseis primeiros números decimais (0 a 15) nos seus equivalentes nos sistemas binário, octal e hexadecimal.

Tabela de Conversão entre Bases

Tabela 1

Decimal	Binário	Octal	Hexa
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

É fundamental conhecermos como converter números entre as diversas bases. Exemplos:

Se um determinado programa de diagnóstico para micros informa que há 8B000H (o “H” indica que este número está em notação hexadecimal) de memória convencional disponível naquele momento, o que representa este valor, em decimal ?

No desenvolvimento de programas em linguagem Assembly também é muito importante o conhecimento das bases numéricas, principalmente as bases 2 e 16.

CONVERSÃO DO SISTEMA BINÁRIO PARA O DECIMAL

Cada dígito binário tem peso relativo à sua posição, como no sistema decimal (diz-se que são sistemas posicionais). Para convertermos um número binário para decimal, fazemos a soma dos produtos dos dígitos por seus pesos relativos. Exemplo:

$$10110(2) = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 22(10)$$

$$110010(2) = ?(10)$$

$$1111011(2) = ?(10)$$

$$111101010(2) = ?(10)$$

CONVERSÃO DO SISTEMA OCTAL PARA O DECIMAL

O mesmo conceito da conversão anterior se aplica à conversão octal-decimal. Exemplo:

$$237(8) = 2 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 159(10)$$

Faça a conversão!

$$717(8) = ?(10)$$

$$111(8) = ?(10)$$

$$805(8) = ?(10)$$

CONVERSÃO DO SISTEMA HEXADECIMAL PARA O DECIMAL

O mesmo conceito da conversão anterior se aplica à conversão hexadecimal-decimal. Exemplo:

$$1A3B(16) = 1 \times 16^3 + 10 \times 16^2 + 3 \times 16^1 + 11 \times 16^0 = 6715(10)$$

Faça a conversão!

$$ABA(16) = ?(10)$$

$$FACA(16) = ?(10)$$

$$1100(16) = ?(10)$$

CONVERSÃO DO SISTEMA DECIMAL PARA O BINÁRIO

A técnica para esta conversão é fazer divisões sucessivas por 2, sendo o número binário final constituído pelos restos das divisões mais o último quociente, agrupados em ordem inversa. Exemplo:

$$\begin{array}{r}
 311 \begin{array}{l} \hline 2 \\ \hline 1 \end{array} \\
 \hline
 155 \begin{array}{l} \hline 2 \\ \hline 1 \end{array} \\
 \hline
 77 \begin{array}{l} \hline 2 \\ \hline 1 \end{array} \\
 \hline
 38 \begin{array}{l} \hline 2 \\ \hline 0 \end{array} \\
 \hline
 19 \begin{array}{l} \hline 2 \\ \hline 1 \end{array} \\
 \hline
 9 \begin{array}{l} \hline 2 \\ \hline 1 \end{array} \\
 \hline
 4 \begin{array}{l} \hline 2 \\ \hline 0 \end{array} \\
 \hline
 2 \begin{array}{l} \hline 2 \\ \hline 0 \end{array} \\
 \hline
 1 \begin{array}{l} \hline 2 \\ \hline 1 \end{array}
 \end{array}$$

$$311_{10} = 100110111_2$$

CONVERSÃO DO SISTEMA DECIMAL PARA O OCTAL

O processo de conversão é semelhante ao anterior. Exemplo:

$$\begin{array}{r}
 678 \text{ } \begin{array}{l} \text{L} \text{ } 8 \\ \text{6} \text{ } 84 \\ \text{4} \end{array} \begin{array}{l} \text{L} \text{ } 8 \\ \text{10} \\ \text{2} \end{array} \begin{array}{l} \text{L} \text{ } 8 \\ \text{1} \end{array} \\
 \end{array}
 \quad
 678_{10} = 1246_8$$

Faça as conversões:

$$333(10) = ? (8)$$

$$1110(10) = ? (8)$$

$$10(10) = ? (8)$$

CONVERSÃO DO SISTEMA DECIMAL PARA O HEXADECIMAL

O processo de conversão é semelhante ao anterior. Exemplo:

$$\begin{array}{r}
 678 \text{ } \overline{)16} \\
 \underline{6} \\
 10 \overline{)16} \\
 \underline{10} \\
 2
 \end{array}
 \quad
 678_{10} = 2A6_{16}$$

Faça as conversões:

$$3A3(16) = ? (8)$$

$$1110(16) = ? (8)$$

$$10(16) = ? (8)$$

CONVERSÃO DO SISTEMA BINÁRIO PARA O HEXADECIMAL

Convertemos cada agrupamento de 4 dígitos binários em seu equivalente hexadecimal, iniciando o processo da direita para a esquerda. Usamos a TABELA 1 mostrada anteriormente. Exemplo:

$$10110110110111(2) = 10 \ 1101 \ 1011 \ 0111 = 2DB7(16)$$

Faça as conversões:

$$1110101101011(2) = ? (16)$$

$$000000001110(2) = ? (16)$$

$$11111111(2) = ? (16)$$

CONVERSÃO DO SISTEMA BINÁRIO PARA O OCTAL

Semelhantemente à conversão anterior, convertemos cada agrupamento de 3 dígitos em seu equivalente octal, da direita para a esquerda. Exemplo:

$$1011011011101(2) = 1\ 011\ 011\ 011\ 101 = 13335(8)$$

Faça as conversões:

$$1110101101011(2) = ? (8)$$

$$00000001110(2) = ? (8)$$

$$11111111(2) = ? (8)$$

CONVERSÃO DO SISTEMA OCTAL PARA O BINÁRIO

Convertemos diretamente cada dígito octal no seu correspondente de 3 dígitos binários, usando a TABELA 1. Exemplo:

$$27(8) = 010\ 111 = 10111(2)$$

Faça as conversões:

$$1111(8) = ? (2)$$

$$5432(8) = ? (2)$$

$$7077(8) = ? (2)$$

CONVERSÃO DO SISTEMA OCTAL PARA O HEXADECIMAL

Neste caso, convertemos inicialmente para binário e depois de binário para hexadecimal. Exemplo:

$$45(8) = 100\ 101(2) = 10\ 0101(2) = 25(16)$$

Faça as conversões:

$$71111(8) = ? (16)$$

$$5432(8) = ? (16)$$

$$67077(8) = ? (16)$$

CONVERSÃO DO SISTEMA HEXADECIMAL PARA O OCTAL

Converte-se inicialmente para binário e depois de binário para octal.

$$3BC(16) = 0011\ 1011\ 1100(2) = 001\ 110\ 111\ 100(2) = 1674(8)$$

Faça as conversões:

$$AABB(16) = ? (8)$$

$$C0AC(16) = ? (8)$$

$$0A79(16) = ? (8)$$

CONVERSÃO DO SISTEMA HEXADECIMAL PARA BINÁRIO

Converte-se diretamente cada dígito octal no seu correspondente de 4 dígitos binários.

$$4F3B(16) = 0100\ 1111\ 0011\ 1011(2) = 100111100111011(2)$$

Faça as conversões:

$$A34F(16) = ? (2)$$

$$1234(16) = ? (2)$$

$$BBBB(16) = ? (2)$$

EXERCÍCIOS SOBRE CONVERSÃO ENTRE BASES

1. Converter de binário para decimal:

a) 101011(2)

b) 11010,11 *Dica: Após a vírgula, as potências de dois são negativas*

c) 11010111(2)

d) 10000111(2)

2. Converter de decimal para binário:

a) 373(10)

b) 127(10)

c) 1111(10)

d) 100(10)

3. Converter de octal para binário:

a) 456(8)

b) 123(8)

c) 321(8)

d) 101(8)

4. Converter de binário para octal:

a) 11101010111(2)

b) 110101110111(2)

c) 10101010011(2)

d) 000011111(2)

5. Converter de octal para decimal:

a) 444(8)

b) 555(8)

c) 01234(8)

d) 777(8)

6. Converter de decimal para octal:

a) 123(10)

b) 1000(10)

c) 213(10)

d) 99(10)

EXERCÍCIOS SOBRE CONVERSÃO ENTRE BASES

7. Converter de hexadecimal para decimal:

- a) 1FA3(16)
- b) FA(16)
- c) CAFA(16)
- d) ABC(16)

8. Converter de decimal para hexadecimal:

- a) 234(10)
- b) 33(10)
- c) 1000(10)
- d) 312(10)

9. Converter de hexadecimal para octal:

- a) 3BC(16)
- b) AABB(16)
- c) 1234(16)
- d) 4321(16)

10. Converter de hexadecimal para binário:

- a) 3BCA(16)
- b) FFD(16)
- c) 1001(16)
- d) 3FFF(16)

11. Converter de binário para hexadecimal:

- a) 11010101110(2)
- b) 101011101011001(2)
- c) 10100101010110101(2)

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS SOBRE CONVERSÃO ENTRE BASES (as letras estão na mesma cor de fundo do slide)

1. a) 43 b) 26,75 c) 215 d) 263
2. a) 101110101 b) 1111111 c) 10001010111 d) 1100100
3. a) 100101110 b) 1010011 c) 11010001 d) 1000001
4. a) 3527 b) 6567 c) 2523 d) 37
5. a) 292 b) 365 c) 668 d) 511
6. a) 173 b) 1750 c) 325 d) 143
7. a) 8099 b) 250 c) 51962 d) 2748
8. a) EA b) 21 c) 3E8 d) 138
9. a) 1674 b) 125273 c) 11064 d) 41441
10. a) 1101111001010 b) 11111111101 c) 1000000000001 d) 1111111111111
11. a) 6AE b) 5759 c) 14AB5

SOMA DE NÚMEROS BINÁRIOS

Soma-se normalmente cada dígito, obedecendo à regra:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$1 + 1 = 0$, e vai 1 para a coluna seguinte

$1 + 1 + 1 = 1$, e vai 1 para a coluna seguinte

Exemplo:

+1011010111

+0101011011

10000110010

SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

COMPLEMENTO-DE-1

O complemento-de-1 é uma operação lógica com os algarismos de um número binário. É usado como etapa intermediária da operação de subtração de dois números binários.

Para encontrar o complemento-de-1, basta trocar os 0's por 1's e os 1's por 0's.

Exemplo:

Número: 101101101(2)

Complemento-de-1: 010010010(2)

SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

COMPLEMENTO-DE-1

O complemento-de-1 é uma operação lógica com os algarismos de um número binário. É usado como etapa intermediária da operação de subtração de dois números binários. Para encontrar o complemento-de-1, basta trocar os 0's por 1's e os 1's por 0's. Exemplo:

Número: 101101101(2)

Complemento-de-1: 010010010(2)

COMPLEMENTO-DE-2

É o complemento-de-1 de um número binário, mais 1. Exemplo:

Número: 10110110111

Complemento-de-1: 01001001000

Complemento-de-2: 01001001001

SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

COMPLEMENTO-DE-1

O complemento-de-1 é uma operação lógica com os algarismos de um número binário. É usado como etapa intermediária da operação de subtração de dois números binários. Para encontrar o complemento-de-1, basta trocar os 0's por 1's e os 1's por 0's. Exemplo:

Número: 101101101(2)

Complemento-de-1: 010010010(2)

COMPLEMENTO-DE-2

É o complemento-de-1 de um número binário, mais 1. Exemplo:

Número: 10110110111

Complemento-de-1: 01001001000

Complemento-de-2: 01001001001

SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Os computadores fazem a subtração de dois números binários, usando o complemento-de-2. Subtrair dois números binários é o mesmo que somar o maior com o complemento-de-2 do menor e ignorar o primeiro dígito à esquerda. Exemplo:

$$10111(2) - 10010(2) = 10111(2) + 01110(2) = 101(2) = 5(10)$$

Faça as subtrações usando complemento-de-2!

$$11101110(2) - 11111(2)$$

$$1111111111(2) - 10101010(2)$$

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Semelhante à multiplicação no sistema decimal, obedecendo à regra:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 11010 \\ \times 101 \\ \hline 11010 \\ 00000 \\ \hline 11010.. \\ \hline 1000010 \end{array}$$

EXERCÍCIOS SOBRE OPERAÇÕES COM NÚMEROS BINÁRIOS E HEXADECIMAIS

12. Efetuar as seguintes operações no sistema binário:

- a) $110101110 + 101110101$
- b) $1010110101 + 101011101$
- c) 1101011×11011
- d) $110111 + 1001111 + 11011$
- e) $11110110 + 10111 + 11001$

13. Efetuar as subtrações, usando complemento de dois:

- a) $1011110 - 111001$
- b) $11110010101 - 101011101$
- c) $10101110101 - 01101011$

14. Faça as seguintes operações, em hexadecimal.

- a) $1BB + FAC + 3BA$
- b) $CCC + BAC + 9AA$
- c) $FFF + 1001$
- d) $1000 + AABB + 3AAA$
- e) $100 + 100 + 200$
- f) $3FF + 4FF + 123$

Dica para soma em hexadecimal: Some como no sistema decimal. O "vai-1" acontece quando a soma ultrapassa 15, o "vai-2" acontece quando a soma ultrapassa 31, e assim por diante.

Respostas:

12. a) 1100100011 b) 10000010010 c) 101101001001 d) 10100001 e) 100100110
 13. a) 100101 b) 11000111000 c) 10100001010
 14. a) 1521 b) 2222 c) 2000 d) F565 e) 400 f) A21

EXERCÍCIOS SOBRE OPERAÇÕES COM NÚMEROS BINÁRIOS E HEXADECIMAIS

13. Efetuar as subtrações, usando complemento de dois:

a) $1011110 - 111001$

b) $11110010101 - 101011101$

c) $10101110101 - 01101011$

14. Faça as seguintes operações, em hexadecimal.

a) $1BB + FAC + 3BA$

b) $CCC + BAC + 9AA$

c) $FFF + 1001$

d) $1000 + AABB + 3AAA$

e) $100 + 100 + 200$

f) $3FF + 4FF + 123$