

DHD – Desenvolvimento em Hardware





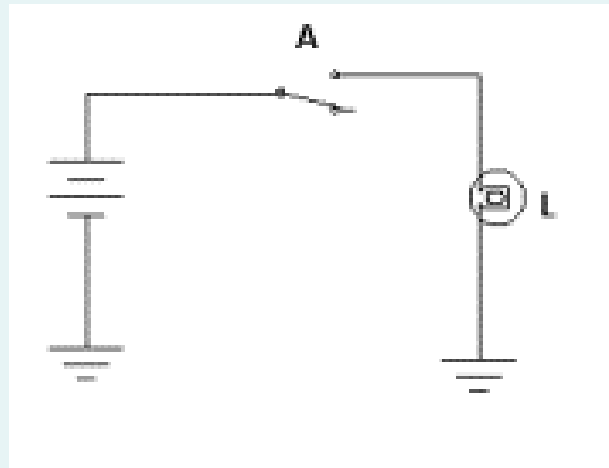
Circuitos Combinacionais

***Prof. Caio Sérgio de Vasconcelos Batista
Prof. Francisco Fechine Borges***

❖ Variável Booleana

- Variável que pode assumir só duas condições (dois valores). Associamos os símbolos “ 0 “ e “ 1 “ aos estados que a variável pode assumir.
- Usa-se **letras maiúsculas** para representar uma **Variável Booleana**.
- Exemplos de variáveis booleanas:
 - chave (aberta ou fechada)
 - lâmpada (acesa ou apagada)
- Lâmpada acesa poderia ser “ 1 “, logo, apagada seria “ 0 “, podendo ser o contrário, dependendo da convenção adotada.

- Uma variável booleana pode ser dependente de outras variáveis booleanas.
- Por exemplo, em resposta à **condição de uma chave** (variável **A**), que pode estar aberta ou fechada, podemos ter a **condição de uma lâmpada** (variável **L**), acesa ou apagada.



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

- Expressão Booleana: $L=A$ (onde “=” significa “é equivalente a”)

Tabela da Verdade do circuito

A	L
Aberta (0)	Apagada (0)
Fechada (1)	Acesa (1)

A	L
0	0
1	1

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

- Barra acima da variável significa negação ou complemento da variável.
- \overline{A} é lido como “não-A”, “A-negado” ou “A-barrado”.
 - (Se A é 1, \overline{A} é 0;
 - Se A é zero, então \overline{A} é 1)
- $\overline{\overline{A}}$ representa não-não A; Assim, $\overline{\overline{A}} = A$

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

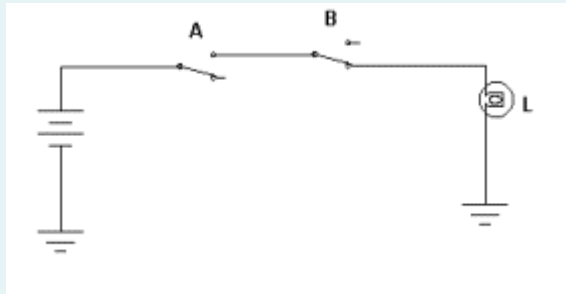
❖ Uma função booleana relaciona duas ou mais variáveis booleanas entre si através de uma expressão chamada de *expressão booleana*.

- Antigamente, os circuitos lógicos eram feitos (implementados) com relés.
- Hoje usa-se portas lógicas em CIs (Circuitos Integrados) para realizar uma determinada lógica (determinada função).
- Mostraremos as principais funções lógicas e as portas lógicas que realizam estas funções.

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

➤ Função E (AND) - Porta E (AND)

- As duas chaves, A e B estão ligadas em série para ligar a lâmpada L. A lâmpada acenderá se A e B estiverem fechadas. Expressão Booleana: $L = A.B$



Símbolo da porta AND

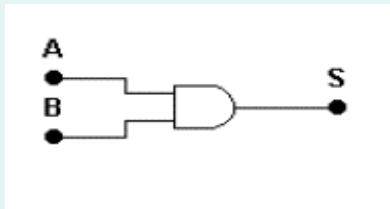
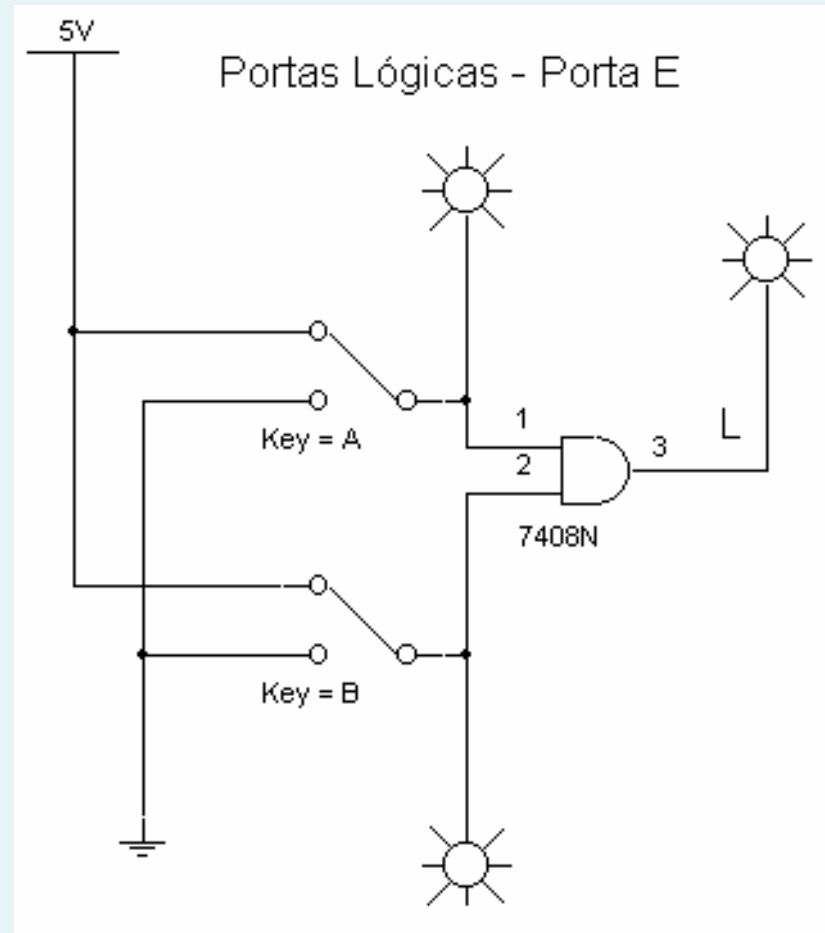


TABELA DA VERDADE

A	B	$L = A . B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

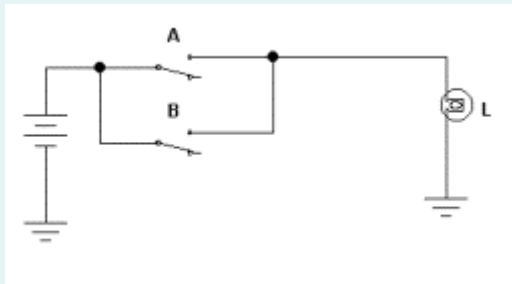
- As lâmpadas no circuito ao lado indicam o estado lógico das entradas e da saída. Faça a tabela da verdade e verifique que lâmpadas estarão acesas em cada caso



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

➤ Porta OU (OR)

- As duas chaves, A e B estão ligadas em paralelo para ligar a lâmpada L. A lâmpada acenderá se A **ou** B estiverem fechadas. Expressão Booleana: **$L = A+B$**



Símbolo da porta OR

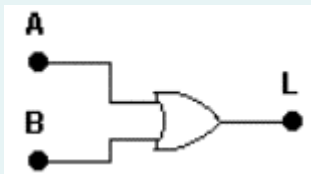
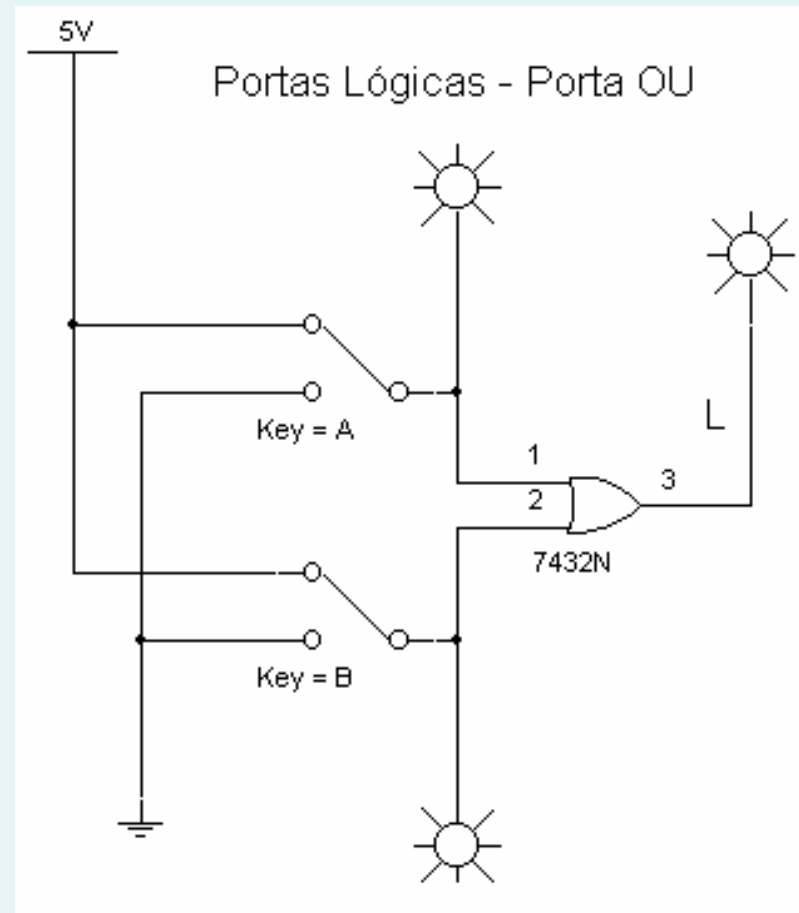


TABELA DA VERDADE

A	B	$L = A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

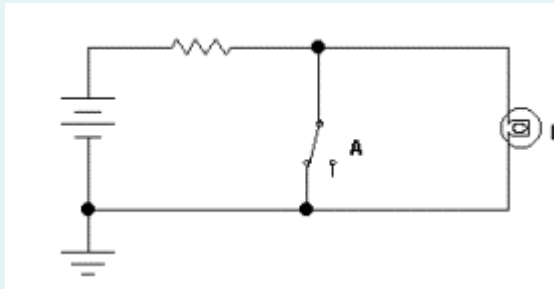
FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

➤ As lâmpadas no circuito ao lado indicam o estado lógico das entradas e da saída. Faça a tabela da verdade e verifique que lâmpadas estarão acesas em cada caso



FONTE: SLIDES PROF.
Rômulo O. Albuquerque

- **Porta NÃO (NOT) - Inversora**
- Dá uma saída que é o inverso da entrada. Expressão Booleana: $L = \overline{A}$



Símbolo da porta NOT

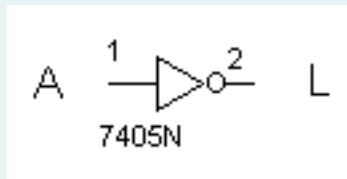
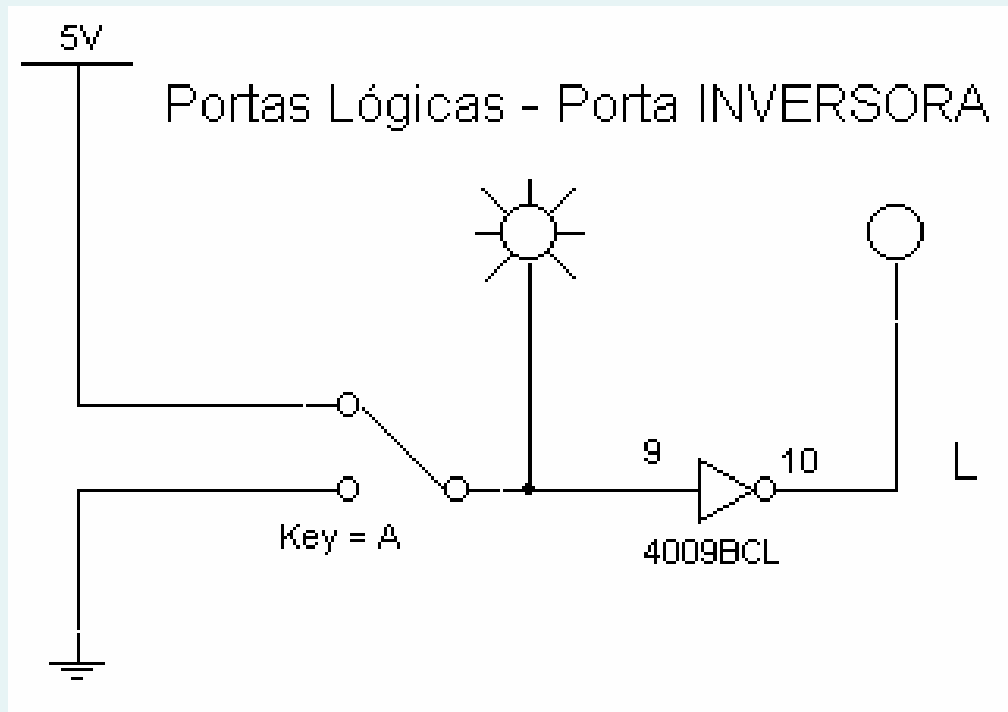


TABELA DA VERDADE

A	L = \overline{A}
0	1
1	0

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

- As lâmpadas no circuito abaixo indicam o estado lógico das entradas e da saída. Faça a tabela da verdade e verifique que lâmpadas estarão acesas em cada caso



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

- A partir das funções E, OU e Inversora resultam algumas relações importantes:

$$A.A=A$$

$$A+A=A$$

$$A.\bar{A}=0$$

$$A + \bar{A} = 1$$

$$A.1=A$$

$$A+1=1$$

$$A.0=0$$

$$A+0=A$$

$$0.0=0$$

$$0+0=0$$

$$1.1=1$$

$$0+1=1$$

$$0.1=0$$

$$1+1=1$$

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

Podemos usar algumas propriedades da álgebra ordinária na álgebra booleana:

Comutativa : $A.B = B.A$; $A+B = B+A$

Distributiva : $A.(B+C)=A.B+A.C$

Associativa : $(A.B).C = A.(B.C)$; $(A+B)+C=A+(B+C)$

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

- **Porta NE (NAND)**
- Negação da função E (AND). Expressão Booleana:

$$L = \overline{AB}$$

Símbolo da porta NAND

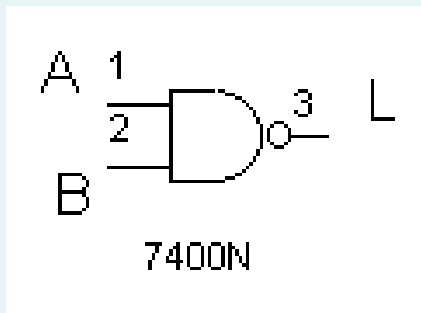
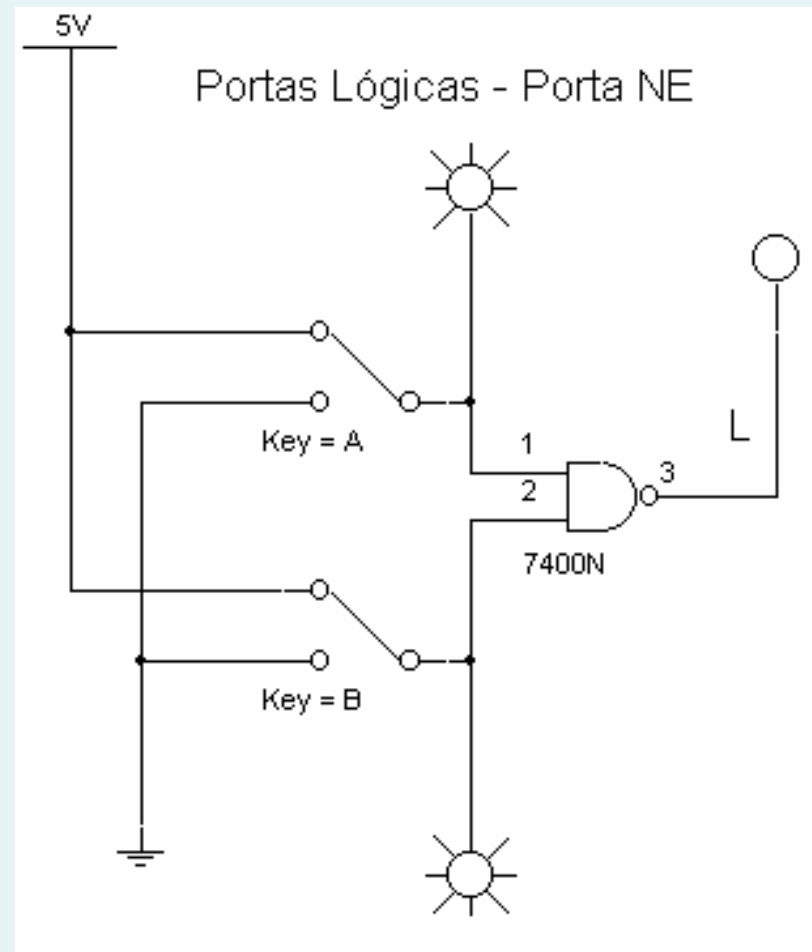


TABELA DA VERDADE

A	B	$L = \overline{AB}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

- As lâmpadas no circuito ao lado indicam o estado lógico das entradas e da saída. Faça a tabela da verdade e verifique que lâmpadas estarão acesas em cada caso



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

- **Porta NOU (NOR)**
- Negação da função OU (OR). Expressão Booleana:

$$L = \overline{A + B}$$

Símbolo da porta NOR

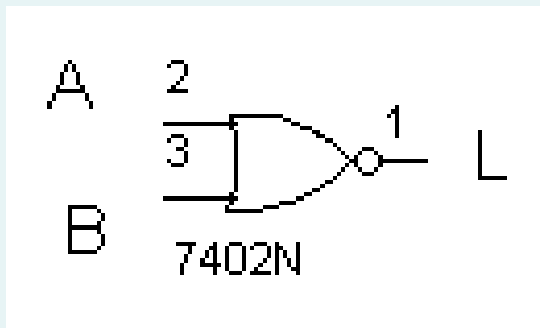
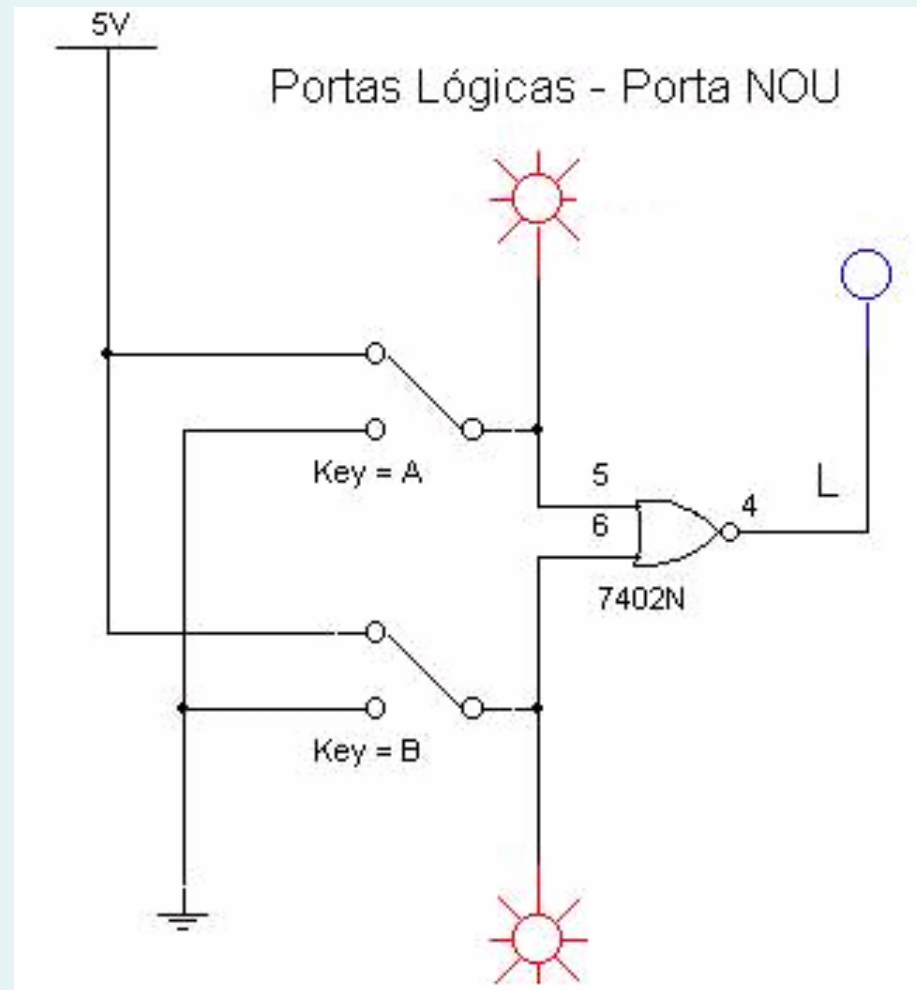


TABELA DA VERDADE

A	B	$L = \overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

- As lâmpadas no circuito ao lado indicam o estado lógico das entradas e da saída. Faça a tabela da verdade e verifique que lâmpadas estarão acesas em cada caso



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

❖ TEOREMA de DE MORGAN

➤ É uma ferramenta usada para simplificar circuitos lógicos e tem como objetivo transformar um produto em uma operação de soma e vice-versa.

➤ $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

A	B	A.B	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A} + \overline{B}$
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

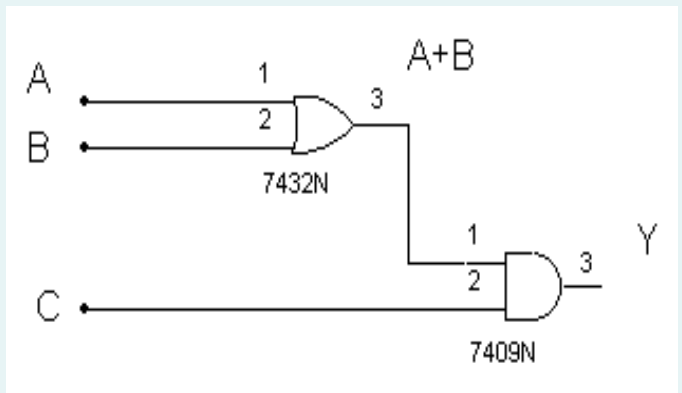
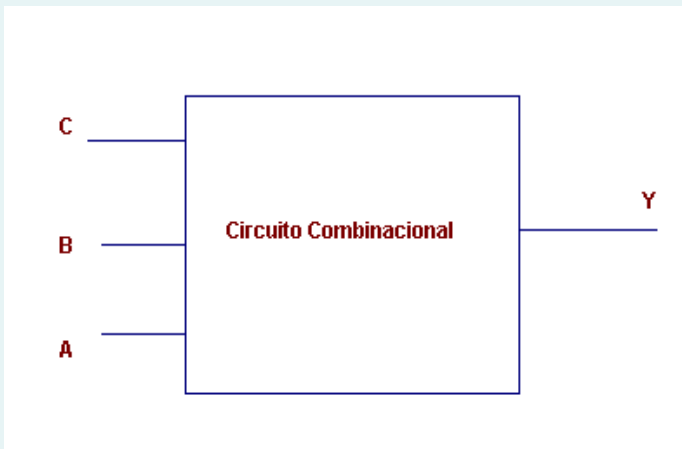
➤ $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

A	B	A+B	$\overline{A+B}$	$\overline{A} \cdot \overline{B}$
0	0	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	1	0	0

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

- **CIRCUITO LÓGICO COMBINACIONAL**
 - Circuitos lógicos, em geral, são obtidos através da associação de duas ou mais portas lógicas básicas, para executar uma determinada função.
 - Consideremos, no slide seguinte, um circuito lógico com três variáveis de entrada (ABC) e uma de saída (Y), cuja tabela verdade (TV) é conhecida.

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque



LINHA	A	B	C	Y
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	0
6	1	0	1	1
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

$Y = (A+B).C$ é a expressão simplificada (mínima).

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

Obtendo a Expressão Lógica a partir da Tabela da Verdade
 - Soma de Produtos

➤ A expressão máxima (soma de produtos) é obtida através da regra : Onde a função for "1", podemos escrever um produto das variáveis de tal forma que esse produto deva ser igual a "1".

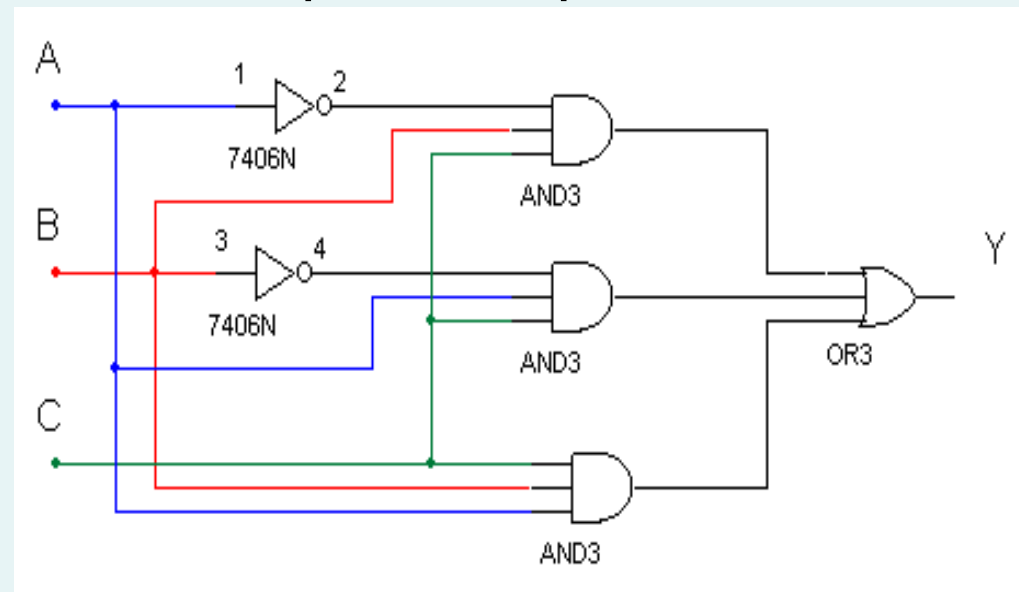
➤ Linha 4: $\bar{A}.B.C$

➤ Linha 6: $A.\bar{B}.C$

➤ Linha 8: $A.B.\bar{C}$

$$Y = \bar{A}.B.C + A.\bar{B}.C + A.B.\bar{C}$$

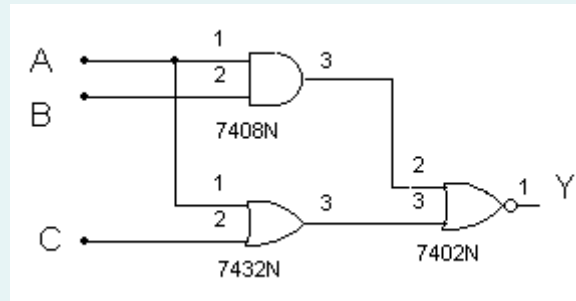
➤ Expressão simplificada mínima (figura do slide anterior) : Mapa de Karnaugh.



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

❖ OBTENDO A EXPRESSÃO DO CIRCUITO

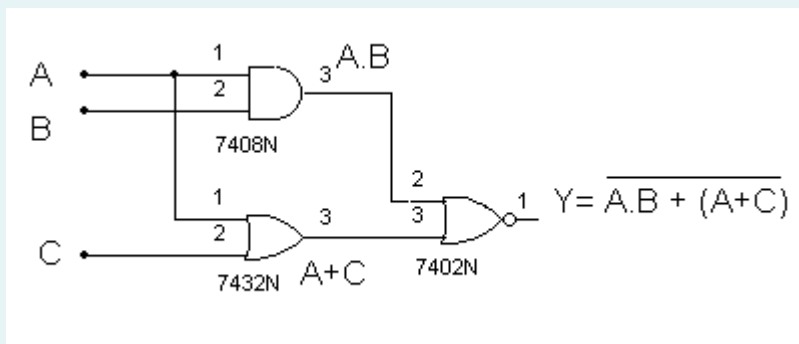
- Especificado o circuito, obter a tabela da verdade e a Expressão Booleana.



- Escrever a expressão da saída de cada porta lógica básica encontrada até chegar na saída.
- No exemplo: na saída da porta AND temos $A.B = X$.
- Na saída da porta OU temos $A+C = Z$.
- Portanto: $Y = \overline{Z + X}$ $Y = \overline{A+C + A.B}$

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

➤ Exercício: Obtenha a tabela da verdade do circuito abaixo

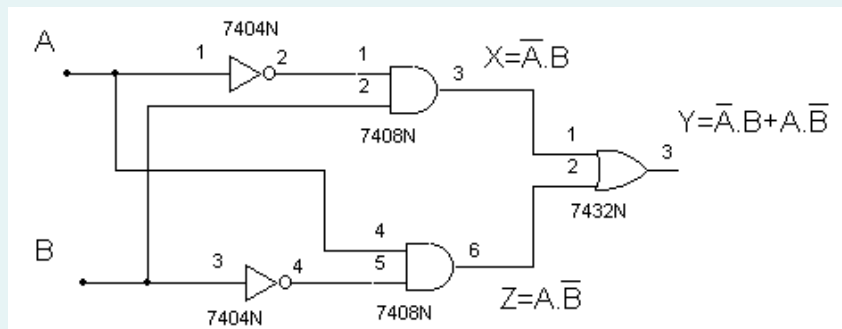


C	B	A	Y
0	0	0	1
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	0

➤ Exercício: Dada a expressão booleana obtenha o circuito e a TV.

$$Y = \bar{A}.B + A.\bar{B}$$

B	A	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

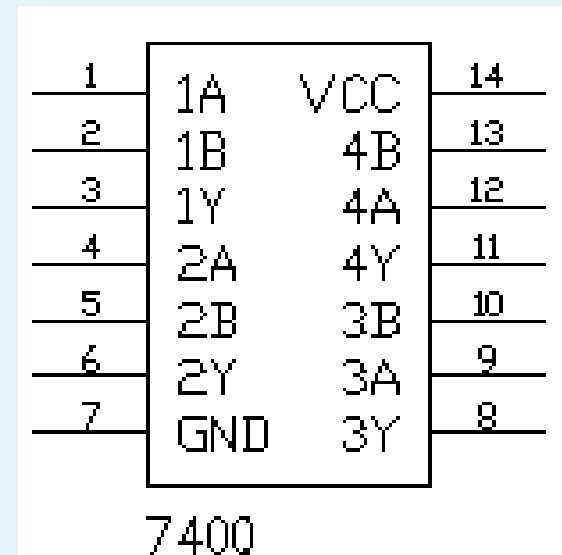
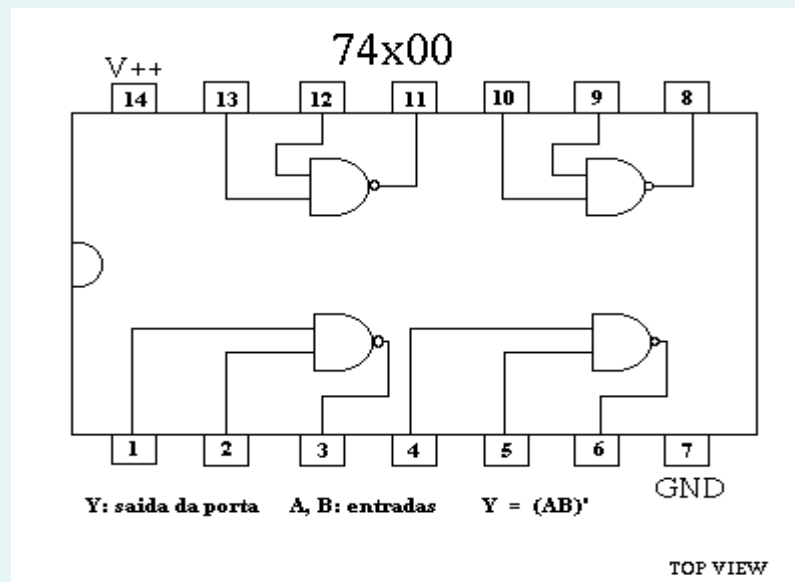
❖ PORTAS LÓGICAS EM CIRCUITOS INTEGRADOS

- Na prática, as portas lógicas são circuitos com transistores, diodos e resistores.
- Esses circuitos são implementados em circuitos integrados, usando basicamente as tecnologias:
 - **TTL** – Transistor-Transistor Logic;
 - **CMOS** - Complementary - Metal - Oxide – Semiconductors (a maioria dos circuitos atuais são CMOS).

- As figuras a seguir ilustram um exemplo de CI que contém portas lógicas.

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

- O CI 7400 tem 14 pinos, 4 portas NAND de duas entradas (as entradas são sempre especificadas pelas letras A, B, C, D, E , etc., enquanto as saídas são especificadas por Y). Assim a primeira porta tem as entradas 1A e 1B e a saída 1Y. O CI necessita de tensão de alimentação entre os pinos 14 (VCC) e 7 (GND) de +5VDC.



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

➤ **Porta OU EXCLUSIVO**

➤ Expressão booleana: $Y = A \oplus B = \bar{A}.B + A.\bar{B}$

Símbolo da porta OU
EXCLUSIVO

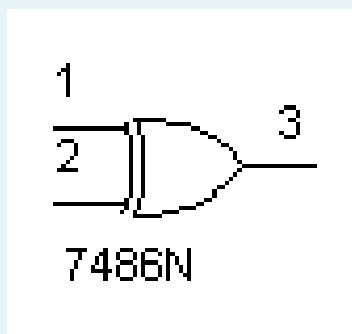


TABELA DA VERDADE

A	B	$Y = A \oplus B = \bar{A}.B + A.\bar{B}$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

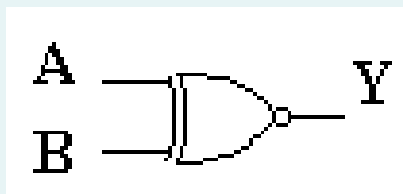
➤ Porta COINCIDÊNCIA

➤ Expressão booleana: $Y = A \odot B = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$

➤ As funções OU Exclusivo e a COINCIDÊNCIA são complementares, ou seja: $\overline{A \oplus B} = A \odot B$

TABELA DA VERDADE

Símbolo da porta
COINCIDÊNCIA



A	B	$Y = A \odot B = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

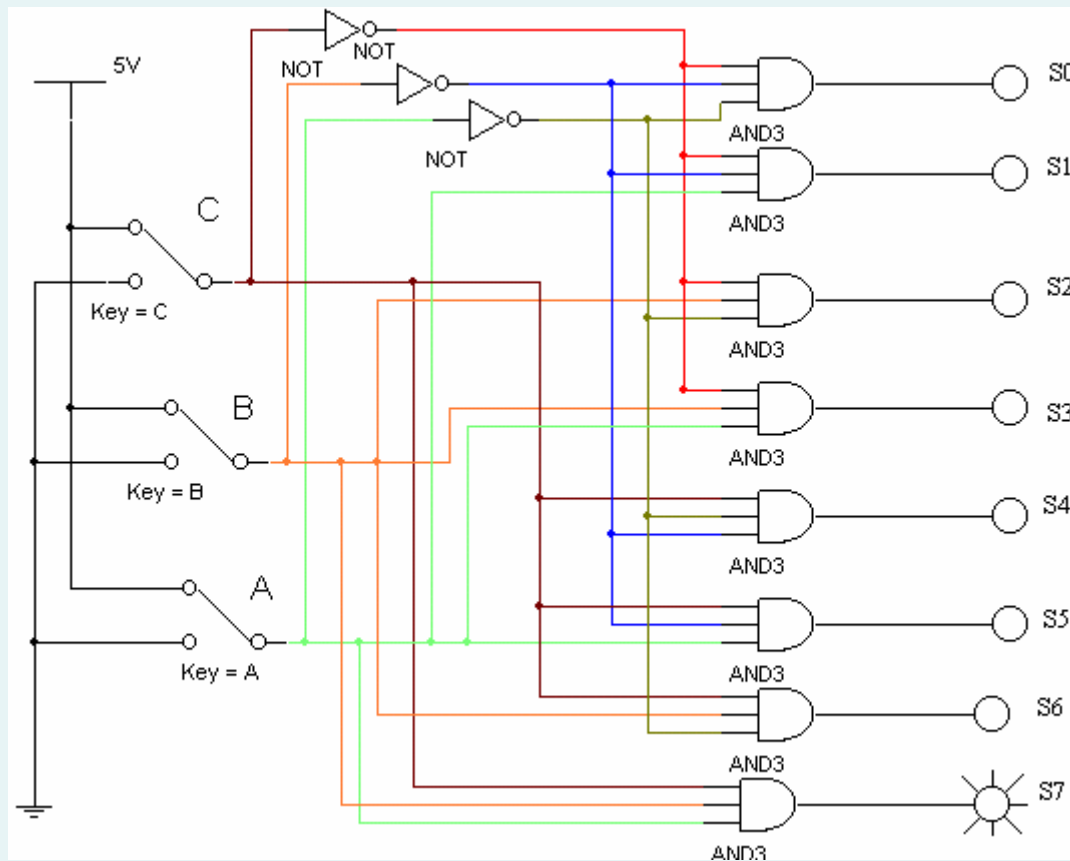
❖ PRODUTOS CANÔNICOS

- Com n variáveis Booleanas obtem-se 2^n combinações possíveis.
- Exemplo de produto canônico para 3 variáveis ($2^3 = 8$ combinações).

C	B	A	PRODUTO CANÔNICO
0	0	0	$\bar{C}.\bar{B}.\bar{A}$
0	0	1	$\bar{C}.\bar{B}.A$
0	1	0	$\bar{C}.B.\bar{A}$
0	1	1	$\bar{C}.B.A$
1	0	0	$C.\bar{B}.\bar{A}$
1	0	1	$C.\bar{B}.A$
1	1	0	$C.B.\bar{A}$
1	1	1	$C.B.A$

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

CIRCUITO QUE GERA O PRODUTO CANÔNICO DO SLIDE ANTERIOR



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

- Para especificar os valores de entrada, mudamos a posição das chaves C, B ou A.
- **Exercício:** No circuito da figura anterior, verifique as saídas do circuito para todas as combinações de entrada da tabela a seguir.
- **Observe que somente uma das saídas será alta para uma dada combinação das entradas (conforme mostra o próximo exercício).**

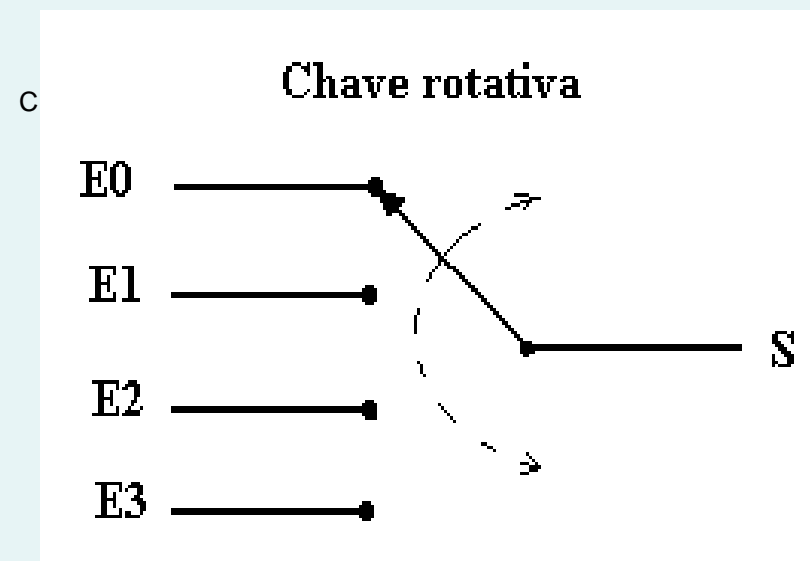
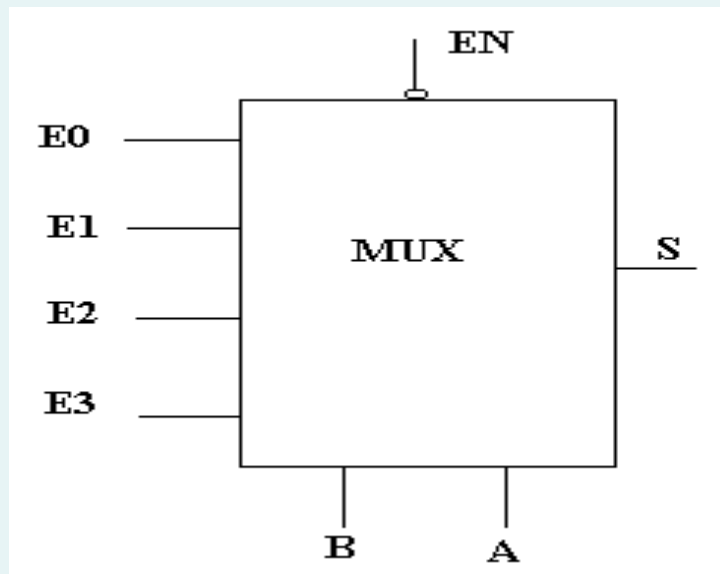
FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

C	B	A	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

❖ MULTIPLEX DIGITAL (MUX)

- Um MUX é um circuito combinacional usado para enviar várias informações usando uma única linha física.
- Ex: MUX de 4 canais (entradas) e equivalente mecânico através de uma chave rotativa



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

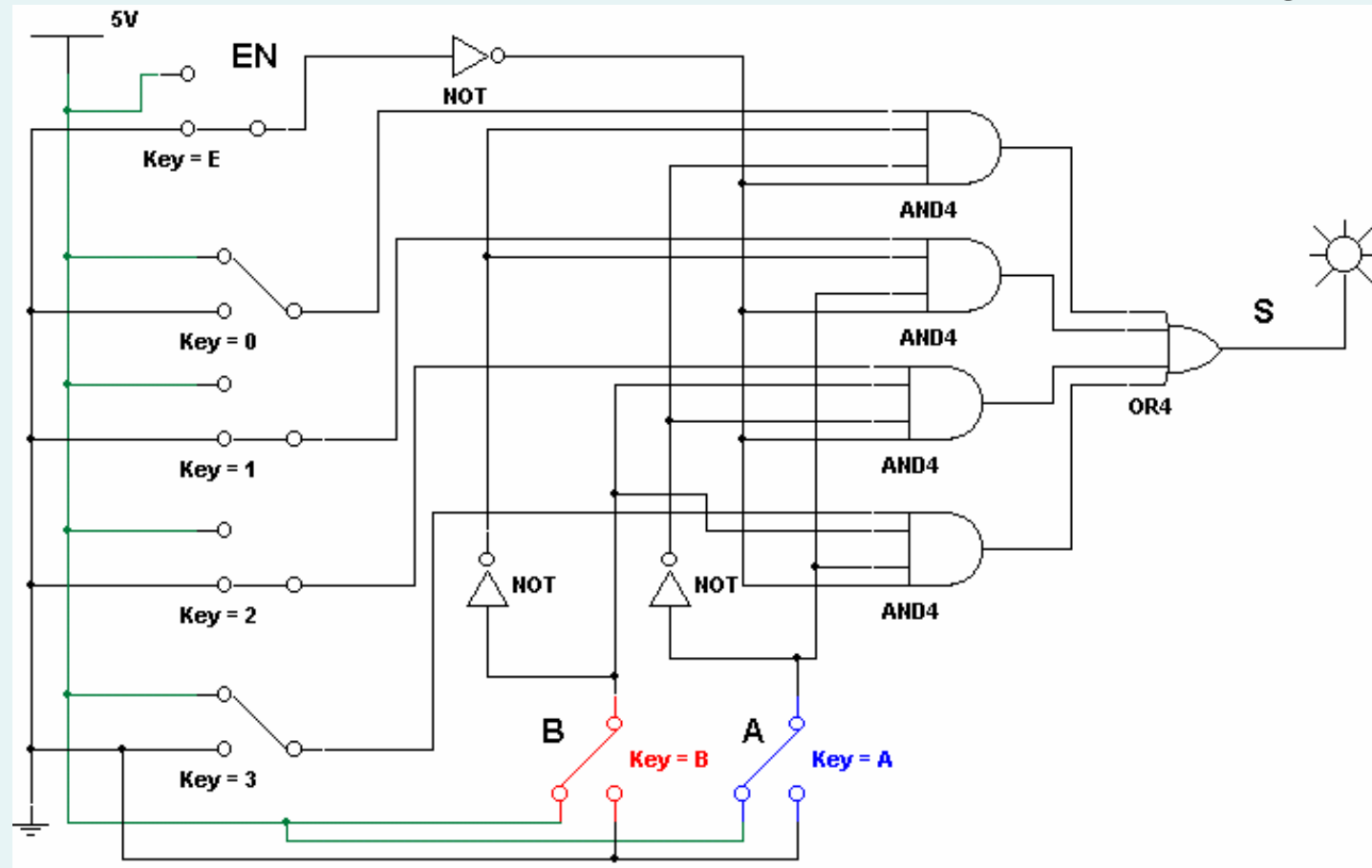
- Somente uma entrada é conectada à saída num determinado instante.
- A seleção de qual entrada se conecta com a saída é feita eletronicamente através das variáveis B e A.
- A entrada EN (*Enable*=Habilita) permite habilitar ou não o funcionamento do circuito.
 - Se EN=0 o circuito funcionará de acordo com o explicado.
 - Se EN=1 a saída permanecerá sempre em 0 (por exemplo) independentemente de B e A.
 - A figura seguinte mostra a tabela da verdade do circuito.

FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

EN	B	A	S
1	X	X	0
0	0	0	E0
0	0	1	E1
0	1	0	E2
0	1	1	E3

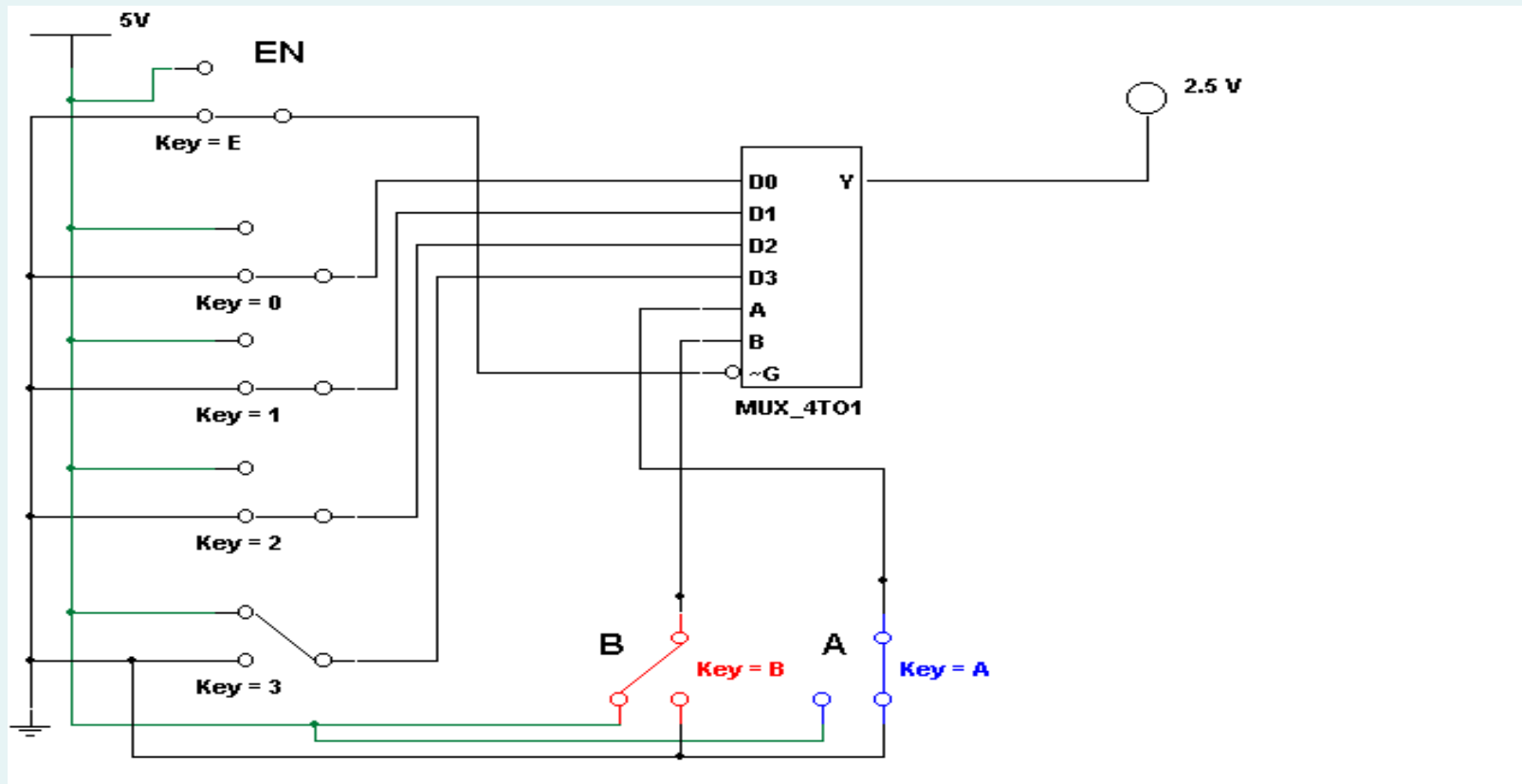
FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

Circuito MUX de 4 entradas implementado com portas lógicas



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

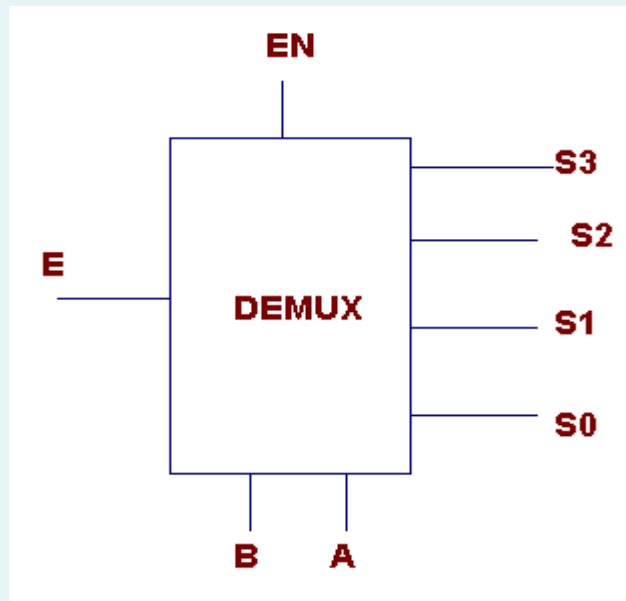
- Bloco multiplexador de 4 entradas construído em CI. Exemplos de CIs multiplexadores: 74150, 74151, 74152, 74153, 74154



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

❖ DEMULTIPLEXADOR (DEMUX)

- O circuito demultiplexador (DEMUX) converte uma informação serial em uma informação paralela.
- A sua operação é inversa do MUX, portanto ele tem varias saídas e uma única entrada.



E: Entrada de dados.

S3,S2,S1,S0: saídas de dados.

EN: entrada de habilitar.

B, A : Variáveis de seleção (selecionam qual das saídas será conectada à entrada)

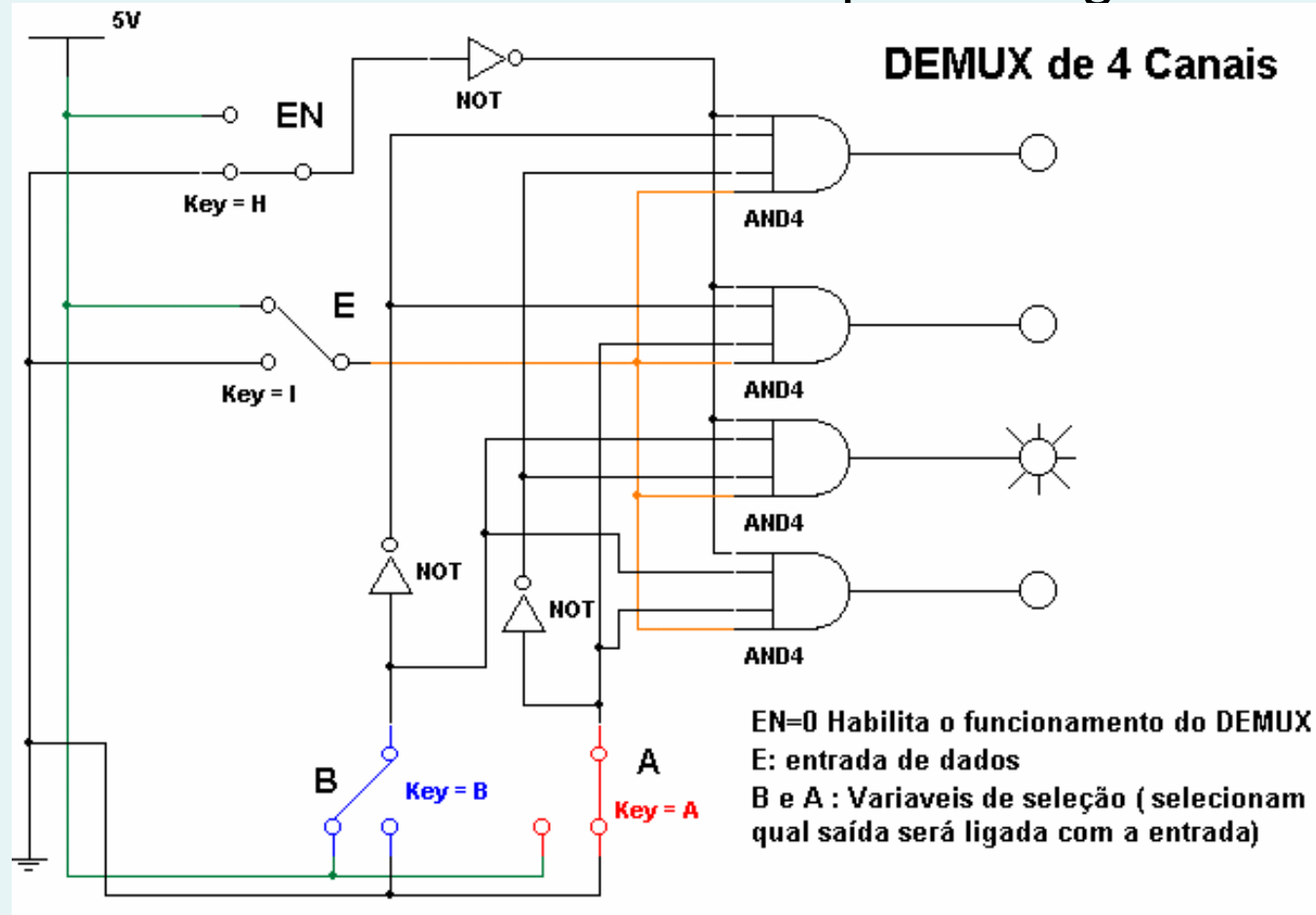
FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

❖ Tabela Verdade do DEMUX de 4 canais

EN	B	A	S3	S2	S1	S0
1	X	X	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	E
0	0	1	0	0	E	0
0	1	0	0	E	0	0
0	1	1	E	0	0	0

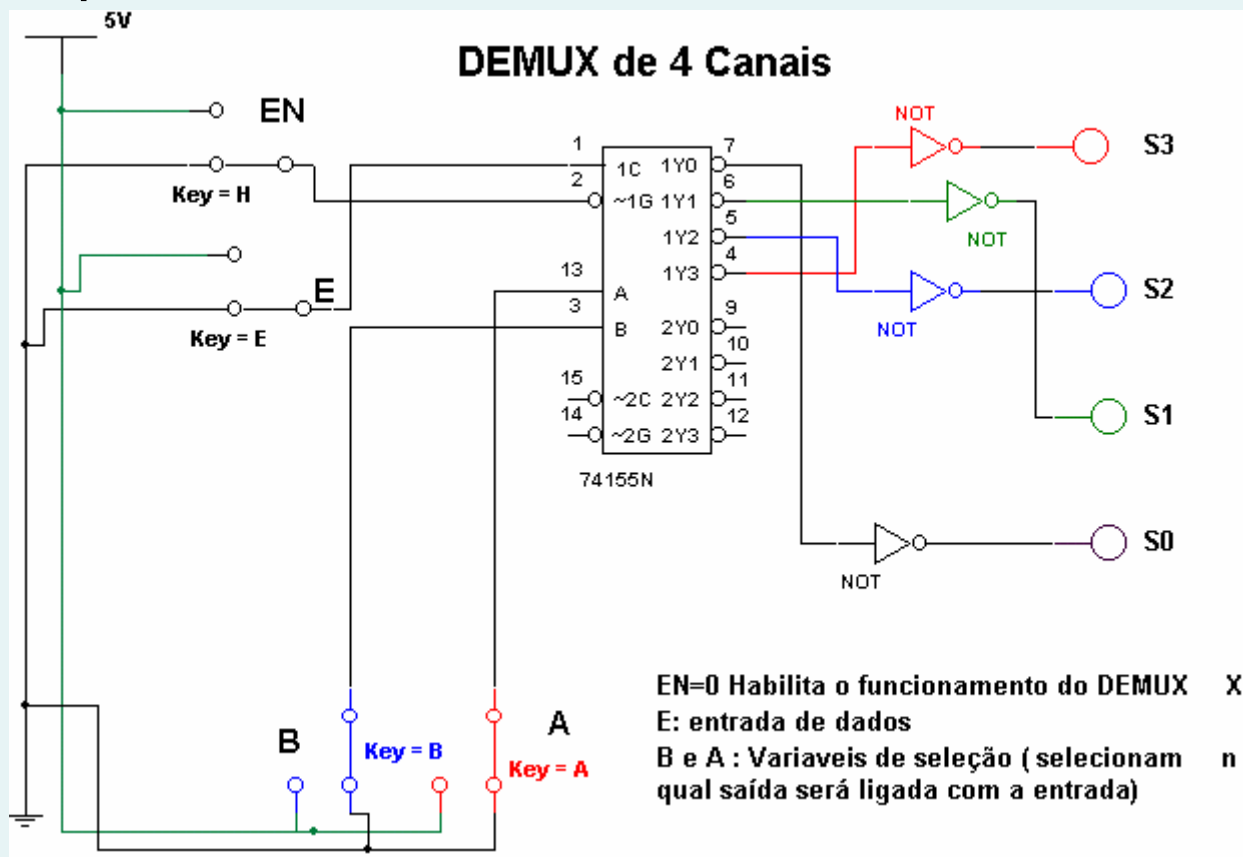
FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

❖ DEMUX de 4 canais construído com portas lógicas



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque

❖ CI comercial (74155) contendo dois DEMUX de 4 canais. Observar que as saídas estão invertidas.



FONTE: SLIDES PROF. Rômulo O. Albuquerque